

# 基于Rayleigh分布曲线的混合权系数变步长LMS算法

陈东伟<sup>1,2</sup>, 刘卫东<sup>1,2</sup>, 张明怡<sup>2</sup>, 金梦哲<sup>2</sup>, 方庆园<sup>2</sup>

(1. 石家庄铁道大学交通运输学院, 河北石家庄 050043; 2. 河北省电磁环境效应与信息处理重点实验室, 河北石家庄 050043)

**摘要:** 针对已有变步长LMS自适应滤波算法无法兼顾收敛速度、跟踪性能和稳态误差的局限性, 提出了一种基于Rayleigh分布曲线的混合权系数变步长LMS算法。详细讨论了新的变步长函数中参数 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ 和混合滤波权系数 $W(n)$ 对所提算法性能的影响以及抗干扰性分析。仿真与实测结果表明, 所提算法在减少计算复杂度的同时, 将收敛速度提升了至少12%, 且在不同信噪比下均展现出良好的收敛速度、跟踪性能和稳态误差。所提算法适用于复杂环境中的电磁干扰消除。

**关键词:** 自适应滤波; 最小均方算法; Rayleigh分布曲线; 混合权系数; 电磁干扰

**中图分类号:** TN927

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2025033

## Variable step-size LMS algorithm with hybrid weight coefficients based on the Rayleigh distribution curve

CHEN Dongwei<sup>1,2</sup>, LIU Weidong<sup>1,2</sup>, ZHANG Mingyi<sup>2</sup>, JIN Mengzhe<sup>2</sup>, FANG Qingyuan<sup>2</sup>

1. School of Traffic and Transportation, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China

2. Hebei Provincial Key Laboratory of Electromagnetic Environmental Effects and Information Processing, Shijiazhuang 050043, China

**Abstract:** Due to the limitations of existing variable step-size LMS adaptive filtering algorithms in addressing convergence speed, tracking performance, and steady-state errors, a variable step-size LMS algorithm with hybrid weight coefficients based on the Rayleigh distribution curve was proposed. The impact of the new variable step function parameters  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  and the hybrid filter weight coefficient  $W(n)$  on the proposed algorithm performance and interference suppression analysis were discussed in detail. Simulation and experimental results demonstrate that the proposed algorithm reduces computational complexity while improving convergence speed by at least 12%. Moreover, it exhibits superior convergence speed, tracking performance, and steady-state errors across various signal-to-noise ratios. The proposed algorithm is suitable for electromagnetic interference cancellation in complex environments.

**Keywords:** adaptive filtering, least mean square algorithm, Rayleigh distribution curve, hybrid weight coefficient, electromagnetic interference

### 0 引言

传统的最小均方 (LMS, least mean square) 误差滤波算法, 由于其步长为定值, 需要人为调整, 不具备自适应性, 因此无法满足自适应滤波的要

求。变步长LMS自适应滤波算法以其计算量小、实现难度低、适应能力强等特点, 在回声消除<sup>[1]</sup>、语音增强<sup>[2]</sup>、通信干扰消除<sup>[3-4]</sup>和系统识别<sup>[5-6]</sup>等领域被广泛应用。

收稿日期: 2024-10-23; 修回日期: 2025-02-14

通信作者: 刘卫东, liuwd\_83@163.com

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No.61801309, No.51807123); 国家重点实验室开放课题基金资助项目(No.JCKYS2022DC07)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No.61801309, No.51807123), The National Key Laboratory Open Research Project by China (No.JCKYS2022DC07)

针对变步长LMS自适应滤波算法的收敛速度、稳态误差和抗干扰性所存在的局限性,研究者开展了大量的研究。田福庆等<sup>[7]</sup>利用改进的双曲正切函数调节步长,降低了算法对噪声的敏感性,减小了在低信噪比(SNR, signal-to-noise ratio)下的稳态误差和失调,并引入补偿项,有效避免了利用误差相关值调整步长而导致的收敛速度慢的问题,其缺点是引入参数多和计算量偏大。姜冰磊等<sup>[8]</sup>提出了一种权系数部分更新的变步长自适应滤波算法。该算法采用权系数的周期性部分更新和基于改进Sigmoid函数的变步长算法,较好地解决了自适应干扰算法中计算量与收敛速度之间的矛盾。在有效降低计算量的同时,仍保持较快的收敛速度。章坚武等<sup>[9]</sup>在文献[7]的基础上,利用步长反馈因子的二范数和误差信号的相关值调节步长,克服了定步长算法收敛速度慢和抗噪声能力差的问题,缺点同样是计算量偏大。王平波等<sup>[10]</sup>提出了一种基于正态分布曲线的分段式变步长LMS自适应滤波算法,通过设置误差阈值来实现定、变步长的自适应选择,解决了算法迭代初期收敛速度慢的问题。火元莲等<sup>[11]</sup>提出了一种类箕舌线函数的变步长归一化自适应滤波算法,用类箕舌线函数代替Sigmoid函数作为步长迭代公式,引入基于相关误差的变步长调整原则,在增强算法稳定性的同时提升了算法的收敛速度和跟踪性能,降低了算法的计算复杂度。火元莲等<sup>[12]</sup>以反双曲正切函数为基础建立步长与误差之间的非线性关系,代替传统LMS算法中的固定步长,实现了对步长因子的动态调整。Chergui等<sup>[13]</sup>提出了一种低复杂度自适应后白化离散余弦最小均方算法,利用解相关系数的自适应过程在步长值相对较小的情况下减慢,从而降低计算复杂度,但其收敛速度和稳态误差可能会受到影响。Dong等<sup>[14]</sup>提出了一种动态变步长LMS算法,克服了在搜索最优权重时存在的大步长无法快速收敛、小步长稳定性差等缺点。Han等<sup>[15]</sup>提出了一种基于反双曲正弦函数的归一化变步长LMS算法,该算法可以根据不同频率分量调整步长,提高收敛速度。采用反双曲正弦函数保证稳态误差较小,归一化过程降低了算法对输入信号的敏感度,使其具有更好的跟踪性能。以上研究虽然都各有优势,但是对于LMS自适应滤波算法在收敛速度、稳态误差、抗干扰性能以及系统跟踪性能上仍存在不足,需要

进一步优化滤波性能。

因此,本文提出了一种基于Rayleigh分布曲线的混合权系数LMS(RDC-HWCLMS, Rayleigh distribution curve-hybrid weight coefficient LMS)变步长滤波算法,该算法在Rayleigh分布曲线的基础上,构建步长与误差信号之间的非线性函数关系并结合混合权系数,在自适应调节步长因子的同时,减少滤波权系数的迭代次数,简化了计算,使算法在保证快速收敛的同时,降低稳态误差,提高了算法的系统跟踪性能。

## 1 LMS算法基本原理

自适应滤波器<sup>[16]</sup>工作原理如图1所示。涉及输入信号 $x(n)$ 在经历未知系统和外部干扰 $v(n)$ 的叠加后,产生期望信号 $d(n)$ 。输入信号 $x(n)$ 经过自适应滤波器,产生输出信号 $y(n)$ ,通过计算期望信号 $d(n)$ 与自适应滤波器输出信号 $y(n)$ 之间的差值,得到误差信号 $e(n)$ <sup>[17-18]</sup>。误差信号 $e(n)$ 被反馈至自适应滤波器,用于调整其权重系数,使更新后的输出信号趋近于期望信号,实现自适应滤波的目的<sup>[19]</sup>。

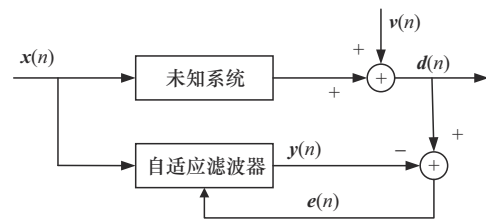


图1 自适应滤波器工作原理

传统LMS算法的迭代步骤如图2所示。

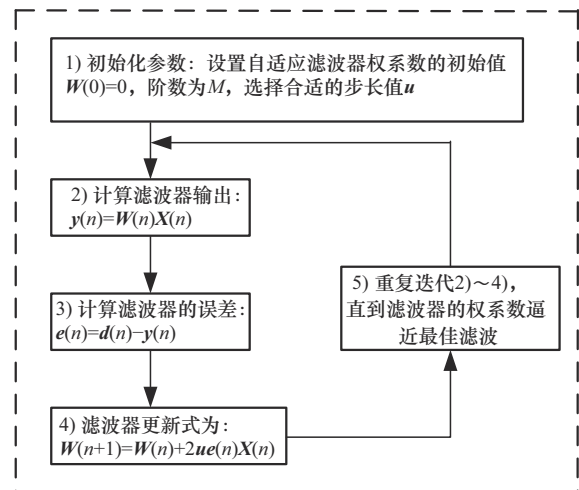


图2 传统LMS算法迭代步骤

$\mathbf{X}(n)=[x(n),x(n-1),\dots,x(n-L+1)]$ 为实际的输入信号,  $\mathbf{W}(n)=[w(n),w(n-1),\dots,w(n-L+1)]$ 为滤波器权系数向量,  $L$ 为滤波器长度,  $u$ 为固定步长值。算法收敛的条件为步长因子  $u$  满足<sup>[20]</sup>

$$0 < u < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (1)$$

其中,  $\lambda_{\max}$ 为 $\mathbf{X}(n)$ 自相关矩阵的最大特征值。

## 2 改进变步长 LMS 算法

本文基于 Rayleigh 分布曲线的特性, 通过深入分析并改进累积分布函数 (CDF, cumulative distribution function), 确保其变化趋势与自适应滤波算法中步长调整原则保持一致。Rayleigh-CDF 分布函数表达式为

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

以 Rayleigh-CDF 分布函数为基础, 对其步长进行优化并引入  $\beta$ 、 $\alpha$  和  $\gamma$  参数调节步长  $\mathbf{u}(n)$  的变化趋势, 引入  $(1+\alpha|\mathbf{e}^2(n)|)$  作为平衡因子, 保证步长  $\mathbf{u}(n)$  不失真, 从而得到步长  $\mathbf{u}(n)$  与误差  $\mathbf{e}(n)$  之间的关系为

$$\mathbf{u}(n) = \beta [1 - (1 + \alpha|\mathbf{e}^2(n)|) \exp(-\gamma|\mathbf{e}^2(n)|)] \quad (3)$$

考虑到本文所设计的自适应滤波系统要具有良好的抗干扰能力, 利用  $|\mathbf{e}(n)\mathbf{e}(n-1)|$  代替  $|\mathbf{e}^2(n)|$  减小了外界随机噪声的干扰, 并通过引入  $\beta$ 、 $\gamma$  和  $\alpha$  参数改变步长  $\mathbf{u}(n)$  的底部特性, 有效地提高了系统的抗干扰性能。改进后的变步长函数为

$$\mathbf{u}(n) = \beta [1 - (1 + \alpha|\mathbf{e}(n)\mathbf{e}(n-1)|) \exp(-\gamma|\mathbf{e}(n)\mathbf{e}(n-1)|)] \quad (4)$$

研究发现, 在 LMS 算法滤波初期, 误差  $\mathbf{e}(n)$  较大, 需要更大的步长  $\mathbf{u}(n)$  来减小误差。当算法经过一段时间迭代后, 误差  $\mathbf{e}(n)$  逐渐收敛于 0, 而此时的滤波权系数还在不停地迭代, 在采样数据变多的情况下, 会导致算法运行时间变慢, 计算复杂度提高。针对此问题, 本文提出了一种混合权系数滤波的方法, 设置误差阈值为  $\varepsilon$ , 当  $\mathbf{e}(n)$  大于  $\varepsilon$  时, 算法进行迭代。当  $\mathbf{e}(n)$  小于  $\varepsilon$  时, 当前滤波权系数设置为前一次滤波权系数。混合权系数滤波的表达式为

$$\mathbf{W}(n+1) = \begin{cases} \mathbf{W}(n), & |\mathbf{e}(n)| \leq \varepsilon \\ \mathbf{W}(n) + 2\mathbf{u}(n)\mathbf{e}(n)\mathbf{X}(n), & |\mathbf{e}(n)| > \varepsilon \end{cases} \quad (5)$$

由此, 基于瑞利分布曲线的混合权系数 LMS 算法可总结为

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n) \quad (6)$$

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n) \quad (7)$$

$$\mathbf{u}(n) = \beta \left[ 1 - \frac{(1 + \alpha|\mathbf{e}(n)\mathbf{e}(n-1)|)}{\exp(\gamma|\mathbf{e}(n)\mathbf{e}(n-1)|)} \right] \quad (8)$$

$$\mathbf{W}(n+1) = \begin{cases} \mathbf{W}(n), & |\mathbf{e}(n)| \leq \varepsilon \\ \mathbf{W}(n) + 2\mathbf{u}(n)\mathbf{e}(n)\mathbf{X}(n), & |\mathbf{e}(n)| > \varepsilon \end{cases} \quad (9)$$

对式(8)分析可知, 当  $\mathbf{e}(n) \rightarrow 0$  时,  $\lim_{\mathbf{e}(n) \rightarrow 0} \mathbf{u}(n) = 0$ 。当  $\mathbf{e}(n) \rightarrow \infty$  时,  $\lim_{\mathbf{e}(n) \rightarrow \infty} \mathbf{u}(n) = \beta$ , 即步长  $\mathbf{u}(n)$  的最大极限为  $\beta$ 。由式(1)可得, 本文算法的收敛条件为

$$0 < \beta < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (10)$$

$|\mathbf{e}(n)\mathbf{e}(n-1)|$  反映了当前误差和上一时刻误差的关系。在算法迭代初期, 误差  $|\mathbf{e}(n)\mathbf{e}(n-1)|$  较大, 分母项  $\exp(-\gamma|\mathbf{e}(n)\mathbf{e}(n-1)|)$  变小, 则  $\mathbf{u}(n)$  增大, 算法快速调整权重, 收敛速度得到提升。当  $|\mathbf{e}(n)\mathbf{e}(n-1)|$  较小时,  $\mathbf{u}(n)$  趋近于 0, 权重更新速度慢, 算法达到稳定状态。当  $\mathbf{e}(n)$  和  $\mathbf{e}(n-1)$  符号相同时, 说明误差具有一致增长性, 则需要快速调整  $\mathbf{u}(n)$ 。若  $\mathbf{e}(n)$  和  $\mathbf{e}(n-1)$  符号不同, 说明误差  $\mathbf{e}(n)$  存在振荡,  $\mathbf{u}(n)$  会受到抑制。因此, 本文算法对  $\mathbf{e}(n)$  变化的动态趋势有更好的适应能力。

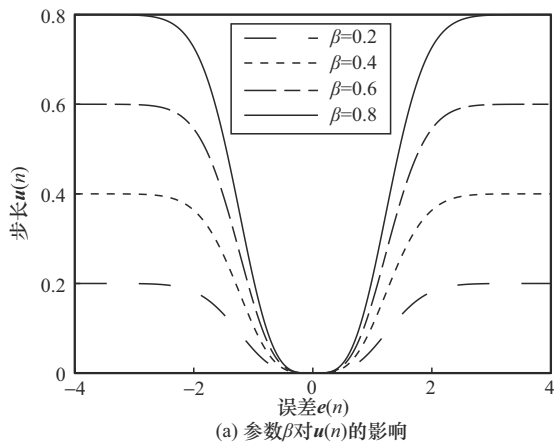
由式(9)可知, 在算法迭代初期,  $\mathbf{u}(n)$  较大, 误差  $|\mathbf{e}(n)| > \varepsilon$ , 权重更新公式  $\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + 2\mathbf{u}(n)\mathbf{e}(n)\mathbf{X}(n)$  加速权重更新。当误差  $|\mathbf{e}(n)| \leq \varepsilon$  时, 算法停止更新权重, 权重更新公式  $\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n)$ , 有效避免了因权重振荡和小步长带来的积累误差, 从而使算法整体稳态误差和计算量更小, 表现出更好的鲁棒性。

## 3 算法理论分析

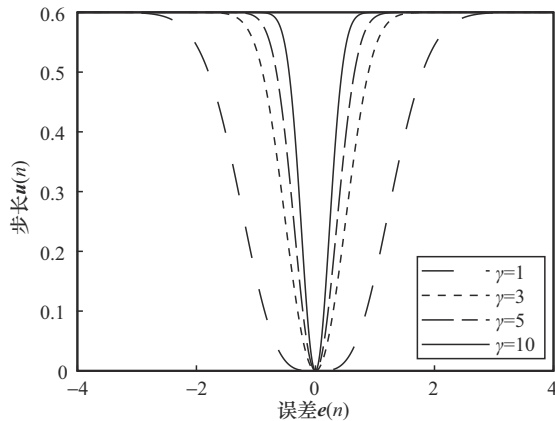
### 3.1 参数选择

本节探讨 RDC-HWCLMS 算法中参数  $\beta$ 、 $\gamma$  和  $\alpha$  变化对  $\mathbf{u}(n)$  的影响, 如图 3 所示。图 3(a)为在  $\alpha=1$ 、 $\gamma=1$  固定不变的情况下,  $\beta$  分别取 0.2、0.4、0.6 和 0.8 时  $\mathbf{u}(n)$  随  $\mathbf{e}(n)$  的变化曲线。图 3(b)为在  $\beta=0.2$ 、 $\alpha=600$  固定不变的情况下,  $\gamma$  分别取 1、3、5 和 10 时  $\mathbf{u}(n)$  随  $\mathbf{e}(n)$  的变化曲线。图 3(c)为在  $\beta=0.2$ 、 $\gamma=1$  固定不变的情况下,  $\alpha$  分别取 0.1、0.5、0.8 和 1.0 时  $\mathbf{u}$

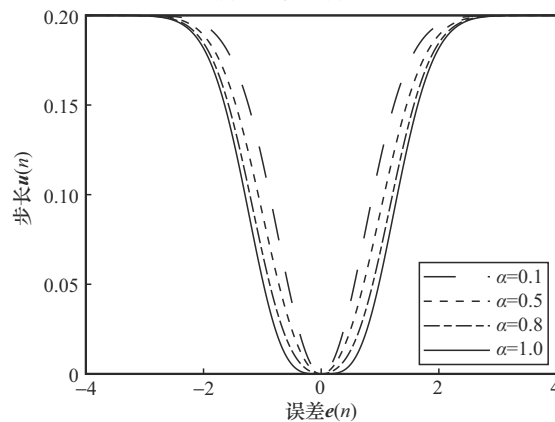
( $n$ )随 $e(n)$ 的变化曲线。图3的分析结果表明, 参数 $\beta$ 在调节步长 $u(n)$ 的取值范围方面起着关键作用。随着 $\beta$ 值的增加, 步长也趋向于增大。在满足式(10)的前提下, 较大的 $\beta$ 值能得到较大的步长, 进而提高算法的收敛速度。同时, 参数 $\alpha$ 和 $\gamma$ 对步长函数的形状有显著影响, 当 $\beta$ 、 $\alpha$ 保持不变时,  $\gamma$ 值越大, 步长 $u(n)$ 越大。当 $\beta$ 、 $\gamma$ 保持不变时,  $\alpha$ 值越大, 步长 $u(n)$ 越小。因此, 在应对实际工程需求时, 需要合理地选择参数 $\alpha$ 、 $\beta$ 和 $\gamma$ 的取值。



(a) 参数 $\beta$ 对 $u(n)$ 的影响



(b) 参数 $\gamma$ 对 $u(n)$ 的影响



(c) 参数 $\alpha$ 对 $u(n)$ 的影响

图3 各参数变化对 $u(n)$ 的影响

### 3.2 算法抗干扰性分析

本文利用误差相关估计 $e(n)e(n-1)$ 来代替 $e^2(n)$ , 增加了算法的抗干扰性能, 对其进行理论分析如下。

由式(7)可知

$$d(n) = e(n) + X^T(n)W(n) \quad (11)$$

根据图1,  $d(n)$ 还可写成

$$d(n) = v(n) + X^T(n)W_{opt}(n) \quad (12)$$

其中,  $v(n)$ 为零均值、方差为 $\sigma^2$ 的高斯白噪声, 并与输入信号 $x(n)$ 相互独立,  $W_{opt}$ 为自适应滤波器的最优权矢量。

令权矢量差 $\Delta W(n)$ 为

$$\Delta W(n) = W(n) - W_{opt}(n) \quad (13)$$

由式(11)~式(13)可得

$$e(n) = v(n) - X^T(n)\Delta W(n) \quad (14)$$

$$e(n-1) = v(n-1) - X^T(n-1)\Delta W(n-1) \quad (15)$$

对式(14)和式(15)做乘积可得

$$\begin{aligned} e(n)e(n-1) &= v(n)v(n-1) - \\ &v(n)X^T(n-1)\Delta W(n-1) - \\ &v(n-1)X^T(n)\Delta W(n) + \\ &\Delta W^T(n)X(n)X^T(n-1)\Delta W^T(n-1) \end{aligned} \quad (16)$$

由于 $v(n)$ 为零均值的高斯白噪声, 并与输入信号 $x(n)$ 相互独立, 故对式(16)两边求数学期望有

$$\begin{aligned} E\{e(n)e(n-1)\} &= \\ E\{\Delta W^T(n)X(n)X^T(n-1)\Delta W(n-1)\} \end{aligned} \quad (17)$$

而

$$\begin{aligned} e^2(n) &= [v(n) - X^T(n)\Delta W(n)]^2 = \\ &v(n)^2 + \Delta W^T(n)X(n)X^T(n)\Delta W^T(n) - \\ &2v(n)X^T(n)\Delta W(n) \end{aligned} \quad (18)$$

故对式(18)两边求数学期望可得

$$\begin{aligned} E\{e^2(n)\} &= E\{\Delta W^T(n)X(n)X^T(n)\Delta W(n)\} + \\ &E\{v^2(n)\} \end{aligned} \quad (19)$$

由式(17)和式(19)可得, 误差 $e(n)e(n-1)$ 的期望独立于干扰 $v(n)$ , 仅与输入信号 $X(n)$ 相关, 而误差 $e^2(n)$ 的期望与干扰 $v(n)$ 相关, 当 $v(n)$ 较大时, 会影响算法的稳定性。因此, 本文算法的步长 $u(n)$ 不受干扰 $v(n)$ 的影响, 即表现出一定的抗干扰性能。

### 3.3 算法收敛性分析

由式(9)可得, 权重更新公式为

$$W(n+1) = W(n) + 2u(n)e(n)X(n) \quad (20)$$

代入权重误差  $\Delta \mathbf{W}(n) = \mathbf{W}(n) - \mathbf{W}^*$  得

$$\Delta \mathbf{W}(n+1) = \Delta \mathbf{W}(n) - 2\mathbf{u}(n)\mathbf{e}(n)\mathbf{X}(n) \quad (21)$$

误差  $\mathbf{e}(n)$  可写为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(n) &= \mathbf{d}(n) - \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n) = \\ & \mathbf{d}(n) - (\mathbf{W}^* + \Delta \mathbf{W}(n))\mathbf{X}(n) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\mathbf{e}(n) = \tilde{\mathbf{d}}(n) - \Delta \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n) \quad (23)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{d}}(n) = \mathbf{d}(n) - (\mathbf{W}^*)^T\mathbf{X}(n)$  表示与最优权重相关的噪声项。

将  $\mathbf{e}(n)$  代入权重误差公式可得

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{W}(n+1) &= \\ \Delta \mathbf{W}(n) - 2\mathbf{u}(n) [\tilde{\mathbf{d}}(n) - \Delta \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n)]\mathbf{X}(n) \end{aligned} \quad (24)$$

将式(24)展开后可得

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{W}(n+1) &= \\ (1 - 2\mathbf{u}(n)\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^T(n))\Delta \mathbf{W}(n) + 2\mathbf{u}(n)\tilde{\mathbf{d}}(n)\mathbf{X}(n) \end{aligned} \quad (25)$$

对式(25)两边取数学期望得

$$\mathbf{E}[\Delta \mathbf{W}(n+1)] = (1 - 2\mathbf{u}(n)\mathbf{R}(n))\mathbf{E}[\Delta \mathbf{W}(n)] \quad (26)$$

由式(10)可知, 本文变步长  $\mathbf{u}(n)$  满足

$$0 < \mathbf{u}(n) < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (27)$$

因此, 式(26)中的矩阵  $(1 - 2\mathbf{u}(n)\mathbf{R}(n))$  的谱半径小于 1, 且权重误差收敛。从权重误差的角度分析出本文算法收敛。由于

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n) \quad (28)$$

将  $\mathbf{d}(n)$  表示为

$$\mathbf{d}(n) = \mathbf{W}_{\text{opt}}^T\mathbf{X}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (29)$$

其中,  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  是最优权重,  $\mathbf{v}(n)$  是与输入信号无关的噪声项且  $\mathbf{E}[\mathbf{v}(n)] = 0$ ,  $\mathbf{Var}[\mathbf{v}(n)] = \sigma_v^2$ ,  $\mathbf{E}[\mathbf{v}^2(n)] = \sigma_v^2$ 。因此,  $\mathbf{e}(n)$  可表示为

$$\mathbf{e}(n) = (\mathbf{W}_{\text{opt}}^T - \mathbf{W}^T(n))\mathbf{X}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (30)$$

代入权重误差  $\Delta \mathbf{W}(n) = \mathbf{W}(n) - \mathbf{W}^*$  得

$$\mathbf{e}(n) = -\Delta \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (31)$$

误差信号  $\mathbf{e}^2(n)$  为

$$\mathbf{e}^2(n) = [-\Delta \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n) + \mathbf{v}(n)]^2 \quad (32)$$

对式(32)展开得

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^2(n) &= [\Delta \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n)]^2 - \\ & 2\Delta \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n)\mathbf{v}(n) + \mathbf{v}^2(n) \end{aligned} \quad (33)$$

对式(33)取期望, 利用  $\mathbf{E}[\mathbf{v}(n)] = 0$  和输入信号与

噪声不相关的假设, 可得

$$\mathbf{E}[\mathbf{e}^2(n)] = \mathbf{E}[\Delta \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n)]^2 + \sigma_v^2 \quad (34)$$

其中,  $\sigma_v^2$  为噪声功率。

令输入信号的协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}[\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^T(n)] \quad (35)$$

因此有

$$\mathbf{E}[[\Delta \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n)]^2] = \Delta \mathbf{W}^T(n)\mathbf{R}\Delta \mathbf{W}(n) \quad (36)$$

综上所述, 均方误差的期望可写为

$$\mathbf{E}[\mathbf{e}^2(n)] = \Delta \mathbf{W}^T(n)\mathbf{R}\Delta \mathbf{W}(n) + \sigma_v^2 \quad (37)$$

对式(21)平方取期望可得

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[(\Delta \mathbf{W}(n+1))^2] &= \mathbf{E}[(\Delta \mathbf{W}(n))^2] - \\ & 4\mathbf{u}(n)\mathbf{E}[\mathbf{e}(n)\Delta \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n)] + \\ & 4\mathbf{u}^2(n)\mathbf{E}[\mathbf{e}^2(n)\mathbf{X}^2(n)] \end{aligned} \quad (38)$$

由前面推导可知

$$\begin{cases} \mathbf{E}[\mathbf{e}(n)\Delta \mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n)] = \Delta \mathbf{W}^T(n)\mathbf{R}\Delta \mathbf{W}(n) \\ \mathbf{E}[\mathbf{e}^2(n)\mathbf{X}^2(n)] = \mathbf{E}[\mathbf{e}^2(n)]\text{Tr}(\mathbf{R}) \end{cases} \quad (39)$$

联立式(38)和式(39)可得

$$\mathbf{E}[\mathbf{e}^2(n+1)] = (1 - 2\mathbf{u}(n)\lambda)\mathbf{E}[\mathbf{e}^2(n)] + \sigma_v^2 \quad (40)$$

其中,  $\lambda$  为  $\mathbf{X}(n)$  自相关矩阵的特征值, 当  $\mathbf{v}(n)$  较小时, 噪声功率可忽略不计。当  $\mathbf{v}(n)$  较大时, 直接决定了系统的稳态误差下限。

为了确保算法能够更好地平衡收敛速度和稳态误差, 选用  $\mathbf{X}(n)$  自相关矩阵的最小特征值  $\lambda_{\min}$ , 从而得

$$\mathbf{E}[\mathbf{e}^2(n+1)] = (1 - 2\mathbf{u}(n)\lambda)\mathbf{E}[\mathbf{e}^2(n)] + \sigma_v^2 \quad (41)$$

联立式(10)、式(27)和式(41)可知,  $\frac{1}{2\lambda_{\min}} \leq$

$\frac{1}{\lambda_{\max}}$ ,  $\mathbf{u}(n) \leq \frac{1}{2\lambda_{\min}}$  满足收敛条件, 得  $0 < 1 - 2\mathbf{u}(n)\lambda_{\min} < 1$ ,

均方误差在不断迭代中收敛。因此, 从均方误差的角度分析出本文算法收敛。

## 4 仿真与实测分析

### 4.1 仿真性能对比

本文所有仿真实验均在 MATLAB R2019b 上进行。设定自适应滤波器的阶数为 8, 并假设所处理的未知系统是一个横向有限冲激响应系统。该系统的抽头系数设定为 [0.878 3, -0.580 6, 0.653 7,

[-0.322 3, 0.657 7, -0.058 2, 0.289 5, -0.271 0]。在迭代次数达到500次时,系统参数发生突变,抽头系数更新为[0.378 3, -0.280 6, 0.353 7, -0.122 3, 0.357 7, -0.258 2, 0.189 5, -0.171 0]。自适应滤波器的输入信号  $\mathbf{x}(n)$  和干扰噪声  $\mathbf{v}(n)$  均模拟为零均值的高斯白噪声,其中  $\mathbf{x}(n)$  的方差为1,  $\mathbf{v}(n)$  的方差为0.001。信噪比分别取10 dB和30 dB。系统的实验取样点数为1 000,每条学习曲线均为200次独立仿真后求其统计平均的结果<sup>[6]</sup>。

已有的7种变步长LMS算法的步长  $\mathbf{u}(n)$  分别如下。

1) 基于Sigmoid函数LMS (S-LMS, sigmoid function LMS) 滤波算法。

$$\mathbf{u}(n) = \beta \left[ \frac{1}{1 + \exp(-\alpha e(n))} - 0.5 \right] \quad (42)$$

2) 正态分布曲线LMS (NDC-LMS, normal distribution curve LMS) 滤波算法。

$$\mathbf{u}(n) = \beta \left[ 1 - \frac{1}{\exp(\alpha e^2(n))} \right] \quad (43)$$

3) 基于反双曲正切函数LMS (IHTF-LMS, inverse hyperbolic tangent function LMS) 滤波算法。

$$\mathbf{u}(n) = \beta \left[ \arctan h(\alpha |e(n)|^{\gamma}) \right] \quad (44)$$

4) 基于Softsign函数LMS (SS-LMS, softsign function LMS) 滤波算法<sup>[21]</sup>。

$$\mathbf{u}(n) = \beta \left[ 1 - \frac{1}{(1 + \alpha |e(n)|)^2} \right] \quad (45)$$

5) 基于其舌线函数LMS (V-LMS, versoria function LMS) 滤波算法<sup>[22]</sup>。

$$\mathbf{u}(n) = \beta \left[ 1 - \frac{1}{1 + \alpha e^2(n)} \right] \quad (46)$$

6) 一种动态步长LMS (DSS-LMS, dynamic step size LMS) 优化的自适应均衡算法。

$$\mathbf{u}(n) = \beta (1 - \exp(-\alpha |e(n)(n-1)| |e(n)|^2)) \quad (47)$$

7) 基于归一化反双曲正弦函数LMS (NIHS-LMS, normalized inverse hyperbolic sine function LMS) 滤波算法。

$$\mathbf{u}(n) = \frac{\beta \operatorname{arsinh}(\alpha |e(n)|^2)}{\gamma + \mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)} \quad (48)$$

不同算法的仿真参数设置如表1所示。

表1 不同算法的仿真参数设置

算法	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
S-LMS	5	0.2	—
NDC-LMS	0.02	2	0.1
IHTF-LMS	1	0.3	—
SS-LMS	5	0.3	—
V-LMS	5	0.3	—
DSS-LMS	1	0.2	—
NIHS-LMS	1	0.5	0.5
RDC-HWCLMS(本文算法)	0.1	0.5	10

表2比较了不同算法的计算复杂度,其中,常数表示利用基本数学运算次数,  $m$  表示计算量随指数、对数和双曲函数计算展开项数  $m$  增加,  $d$  表示计算量随数据维度  $d$  增加。本文算法采用指数函数和乘法运算,迭代  $N$  次复杂度为  $(6+m)N$ , 与IHTF-LMS、S-LMS、NDC-LMS和DSS-LMS算法复杂度相当,但比SS-LMS和V-LMS算法复杂度略高。相比于需要矩阵计算的NIHS-LMS算法  $(3+m+d)N$ , 本文算法计算复杂度低且收敛速度和稳态精度更高。

表2 不同算法的计算复杂度对比

算法	$\mathbf{u}(n)$ 复杂度	迭代 $N$ 次复杂度
S-LMS	$2+m$	$(2+m)N$
NDC-LMS	$4+m$	$(4+m)N$
IHTF-LMS	$4+m$	$(4+m)N$
SS-LMS	4	$4N$
V-LMS	3	$3N$
DSS-LMS	$5+m$	$(5+m)N$
NIHS-LMS	$3+m+d$	$(3+m+d)N$
RDC-HWCLMS(本文算法)	$6+m$	$(6+m)N$

不同  $\beta$  值的仿真收敛性对比如图4所示。由图4分析可知,当  $\beta$  值增大时,算法收敛速度也在增大。当  $\beta > 0.3$  时,算法的收敛速度变缓,逐渐增大  $\beta$  值时,收敛性能相近。在系统发生突变后,  $\beta = 0.7$  时出现扰动,无法收敛到稳定状态。因此,本文最佳  $\beta$  值选择0.5即可。

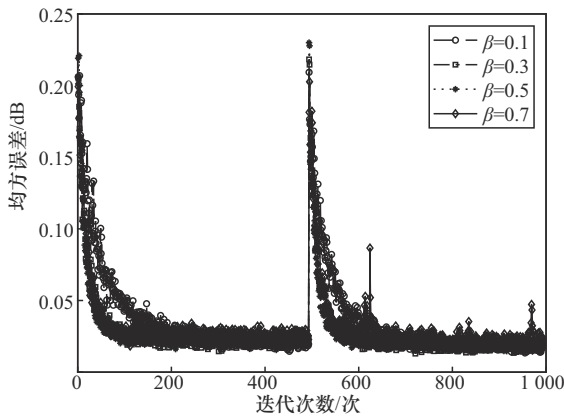


图4 不同β值的仿真收敛性对比

不同α值的仿真收敛性对比如图5所示。由图5可以看出，不同α值对算法收敛速度的影响较大。在系统发生突变前后，不同的α值都能收敛到稳定状态。因此，本文最佳α值选择0.1即可。

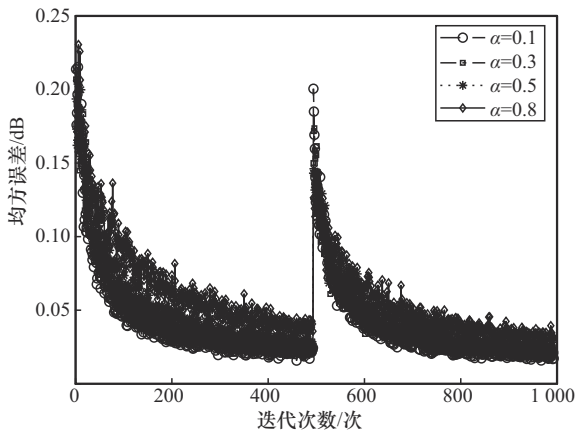


图5 不同α值的仿真收敛性对比

不同γ值的仿真收敛性对比如图6所示。由图6可知，当γ=10时，系统的收敛性能最优。当γ值增大时，算法收敛速度也在增大。当γ>3时，算法的收敛速度变缓。在系统发生突变前后，不同的γ值表现出相同的收敛趋势。

不同滤波方式的仿真收敛性对比如图7所示。从图7中可以看出，在采用误差阈值ε来控制滤波系数W(n)之后，算法收敛速度明显快于传统滤波方式，在系统发生突变后，也能快速收敛到稳定状态。选择混合权系数滤波的优势在于减少了迭代计算，提高了收敛速度。

传统滤波方式在每一次迭代之后都需要更新W(n)和u(n)，增加了计算复杂度。本文所提混合权系数滤波通过设置误差阈值来实现局部权系数的

更新。当e(n)>ε时，W(n)和u(n)更新一次。当e(n)≤ε时，W(n)和u(n)不需要更新，采用上一次的数值即可。仿真分析验证了本文算法的有效性。

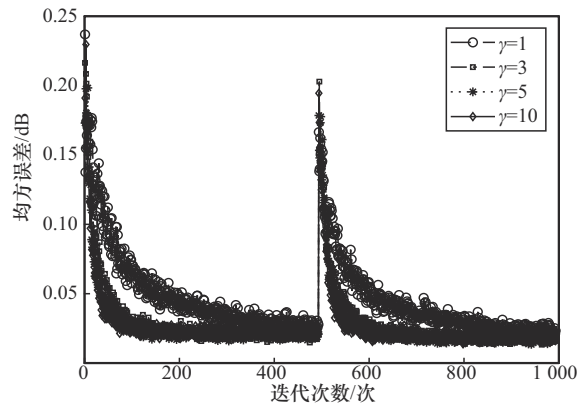


图6 不同γ值的仿真收敛性对比

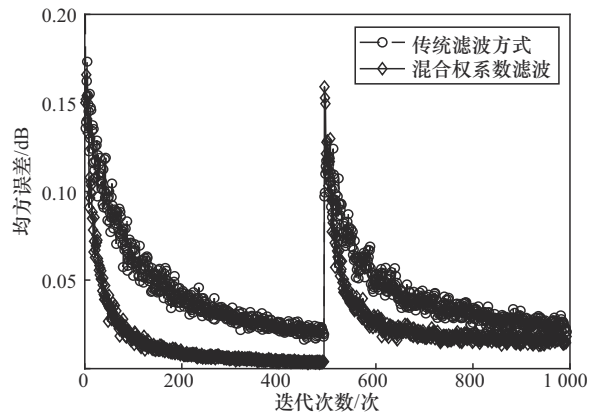


图7 不同滤波方式的仿真收敛性对比

由图8(a)可知，当SNR为10 dB时，RDC-HW-CLMS算法的收敛速度和稳态误差性能均明显优于已有的7种变步长LMS算法，其中SS-LMS算法的收敛性能最差，无法在较短的时间内达到稳定状态。其余6种算法的收敛性能相当，都能在较短时间内收敛到稳定状态，其稳态误差也都相对较小。在系统发生突变前后，能够保持相同的收敛趋势，且能快速收敛到稳定状态，表现出良好的系统跟踪性能。本文算法在简化计算量的基础上，提高了算法的收敛速度、稳态误差和系统跟踪性能。如图8(b)所示，继续增大SNR为30 dB时，已有7种算法的收敛速度明显慢于本文算法，稳态误差也低于本文算法。通过以上对比分析可知，在不同SNR背景下，相比于已有的7种变步长LMS算法，RDC-HWCLMS算法的收敛速度优势明显，稳态误差也较低，对外界系统的适应性也更强。表3对比了在不同信噪比下8种算法的仿真

收敛迭代次数,其中,↑代表本文算法与其他算法相比收敛速度的提升率。从表3可以看出,本文算法的收敛迭代次数在100以内,通过计算可知收敛速度至少提高18%。从仿真的角度验证了本文算法的有效性。

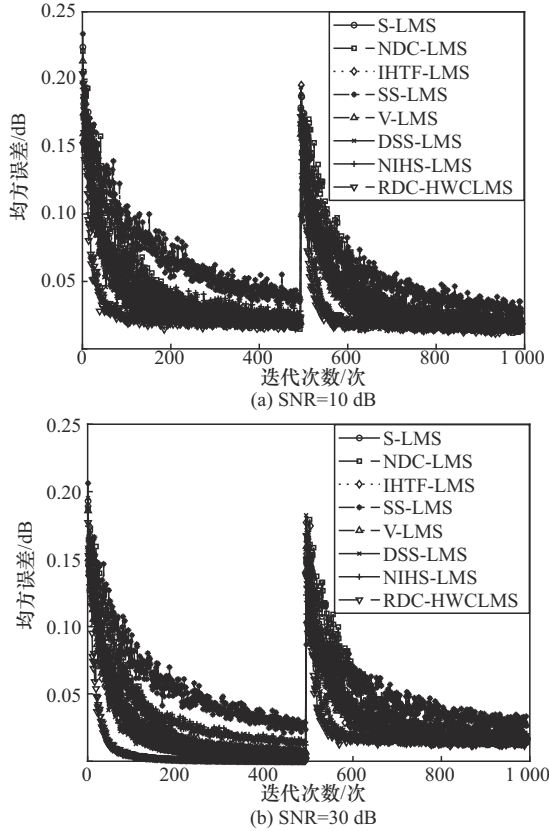


图8 不同信噪比下8种算法的收敛速度对比

表3 不同信噪比下8种算法的仿真收敛迭代次数对比

算法	SNR=10 dB	SNR=20 dB	SNR=30 dB
S-LMS	160(↑43%)	180(↑61%)	170(↑58%)
NDC-LMS	200(↑55%)	200(↑65%)	210(↑66%)
IHTF-LMS	150(↑40%)	160(↑56%)	160(↑56%)
SS-LMS	300(↑70%)	300(↑76%)	250(↑72%)
V-LMS	110(↑18%)	170(↑58%)	150(↑53%)
DSS-LMS	110(↑18%)	110(↑36%)	120(↑41%)
NIHS-LMS	200(↑55%)	280(↑75%)	200(↑65%)
RDS-HWCLMS (本文算法)	90	70	70

不同信噪比下8种算法的均方误差对比如图9所示。由图9可知,本文算法相比已有算法均方误差收敛最快,在达到稳态即SNR=10 dB时,8种算法的稳态误差相近。当SNR=30 dB时,本文算法的稳态误差明显比其他算法小。

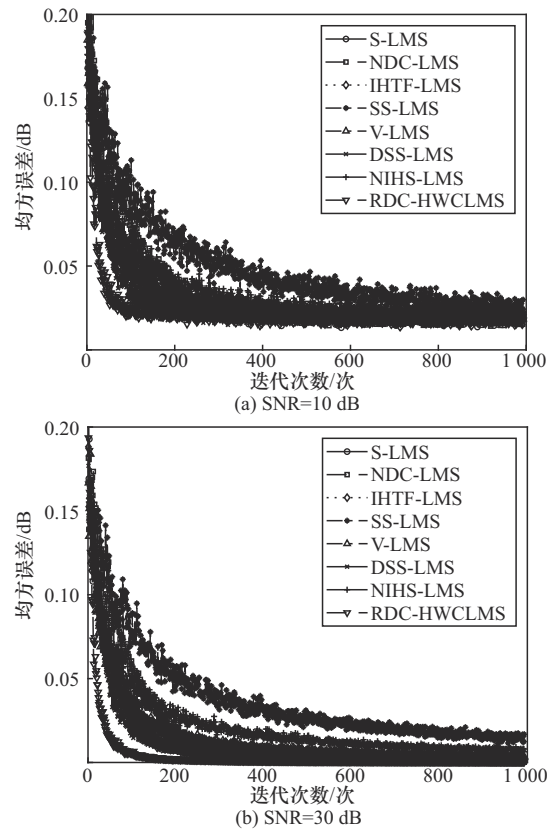


图9 不同信噪比下8种算法的均方误差对比

为进一步验证本文算法的抗干扰性能,在输入信号中添加随机干扰,对添加后的输入信号进行滤波。图10对比了不同算法的抗干扰性。在系统发生突变之前,已有的7种变步长算法收敛性能下降明显,本文算法依然能快速收敛到稳定状态。在N=500系统发生突变之后,本文算法的收敛性和稳定性更优。在系统遭到随机干扰的影响时,本文算法能保持较好的收敛性和稳定性,说明本文算法的抗干扰性能更好。

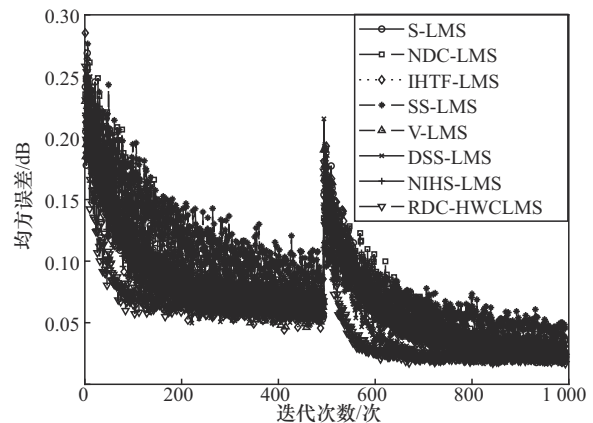


图10 不同算法抗干扰性对比

### 4.2 实测性能对比

对本文所提RDC-HWCLMS算法进行滤波性能的实测验证。接收天线采用自行研发的 Vivaldi 小型天线，其工作频率范围为 470 MHz~12 GHz，增益范围为 1~11 dBi。信号发射天线采用型号为 3142E 型的混合对数周期天线，测试频率范围为 30 MHz~6 GHz。接收天线与 EUT 发射天线距离为 1 m。信号发生器型号为 1435D，频率范围为 9 kHz~6 GHz，最大输出功率为 20 dBm。数据采集装置由型号为 MSO8104 的四通道示波器实现，测试带宽为 2 GHz，信号采样频率为 10 GHz/s。2 个天线所处位置在同一水平线上，电磁干扰主要为周围的环境干扰。

实验 1。在图 11 中信号发生器发射频率为 1 GHz，信号功率分别为 -5 dB、0 dB 和 5 dB 的正弦信号，环境干扰主要有无线电台、高压输电线、手机基站等无线电通信产生的干扰信号。接收天线采集期望信号和环境干扰，作为  $x(n)$ ，期望信号在电波暗室中经过测试得到，作为  $d(n)$ 。实验测试时不同算法的参数设置如表 4 所示。

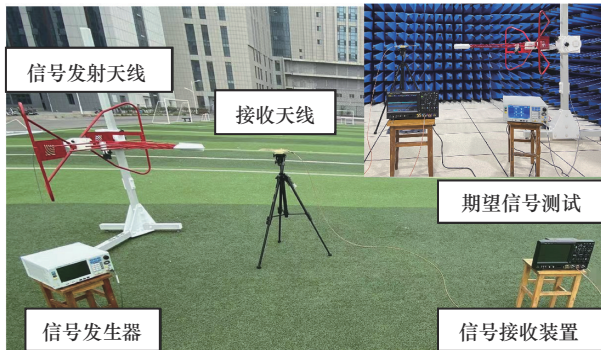
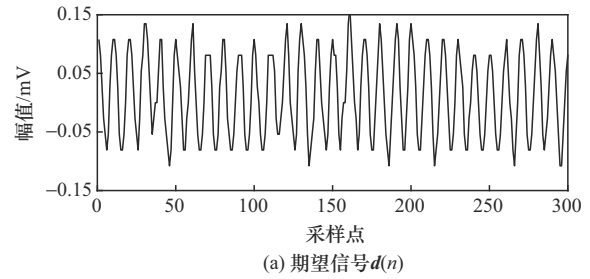


图 11 实验测试现场

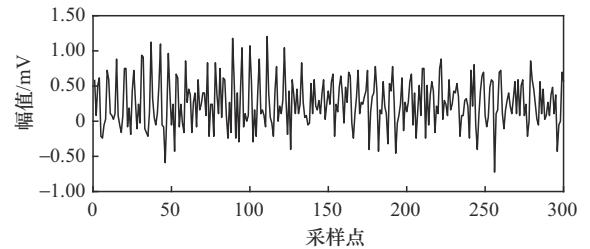
表 4 不同算法的实测参数设置

算法	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
S-LMS	5	0.02	—
NDC-LMS	0.02	2	0.1
IHTF-LMS	0.1	0.2	—
SS-LMS	1	0.2	—
V-LMS	1	0.2	—
DSS-LMS	1	0.2	—
NIHS-LMS	1	0.4	0.2
RDC-HWCLMS(本文算法)	0.5	0.4	10

实测信号如图 12 所示，实验的目的主要是从输入信号  $x(n)$  中通过自适应滤波算法提取出期望信号  $d(n)$ 。图 13 为不同变步长 LMS 算法对信号  $x(n)$  滤波后的部分输出信号结果。从图 13 可以看出，本文算法滤波后信号误差更小，在迭代初期便具有较小误差。在采样点 100 之后的信号达到稳定状态，满足实际应用的滤波需求。



(a) 期望信号  $d(n)$



(b) 输入信号  $x(n)$

图 12 实测信号

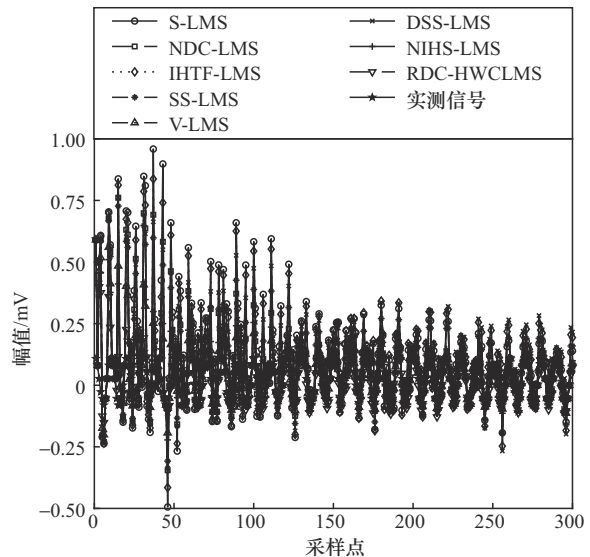


图 13 不同算法滤波后信号(实验 1)

图 14 对比了不同算法对窄带实测信号的滤波收敛性能。由图 14 可知，本文算法的收敛速度明显快于已有的 7 种算法，且在收敛稳定之后，无任何突变。

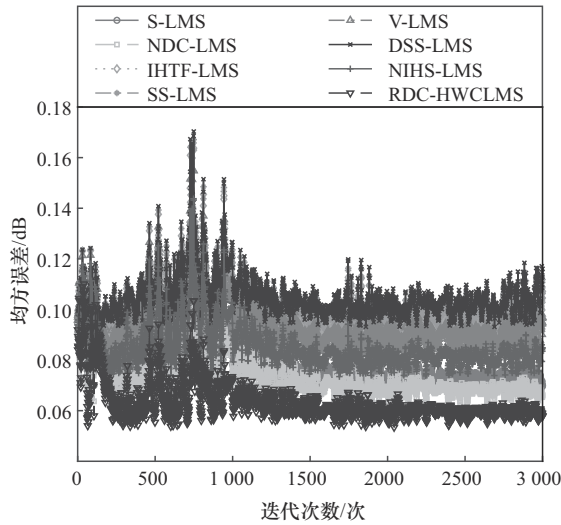


图14 不同算法的收敛性能对比(实验1)

表5对比了在不同信噪比下8种算法的收敛迭代次数。由表5可知,相比其他7种算法,当SNR=-5 dB时,本文算法收敛速度至少提高12%;当SNR=0 dB时,本文算法收敛速度至少提高15%;当SNR=5 dB时,本文算法收敛速度至少提高17%。从实验1的场景中验证了本文算法的有效性。表6对比了本文算法与已有算法滤波权系数  $W(n)$  更新次数。由表6可知,本文算法  $W(n)$  更新次数更少,相比SS-LMS、IHTF-LMS、V-LMS、S-LMS、DSS-LMS和NIHS-LMS算法,计算效率提升59%。相比NDC-LMS算法,计算效率提升21%。因此,本文算法降低了计算复杂度。

表5 不同信噪比下8种算法的收敛迭代次数对比

算法	SNR=-5 dB	SNR=0 dB	SNR=5 dB
S-LMS	1 411(↑15%)	1 400(↑20%)	1 333(↑22%)
NDC-LMS	1 363(↑12%)	1 318(↑15%)	1 253(↑17%)
IHTF-LMS	1 518(↑21%)	1 473(↑24%)	1 368(↑24%)
SS-LMS	1 464(↑18%)	1 435(↑22%)	1 387(↑25%)
V-LMS	1 500(↑20%)	1 400(↑20%)	1 387(↑25%)
DSS-LMS	1 600(↑25%)	1 418(↑21%)	1 268(↑18%)
NIHS-LMS	1 500(↑20%)	1 383(↑19%)	1 195(↑13%)
RDC-HWCLMS (本文算法)	1 200	1 120	1 040

实验2。信号发生器发射宽频调制信号,发射信号的带宽为100 MHz,测试环境不变,干扰主要为环境干扰。实验测试时不同算法的参数设置不

变,验证算法在复杂电磁环境下对宽频时域信号的滤波性能。

表6 本文算法与已有算法  $W(n)$ 更新次数对比

算法	$W(n)$ 更新次数/次
S-LMS	3 000
NDC-LMS	1 560
IHTF-LMS	3 000
SS-LMS	3 000
V-LMS	3 000
DSS-LMS	3 000
NIHS-LMS	3 000
RDC-HWCLMS(本文算法)	1 235

图15为不同算法对宽带信号滤波后的输出对比。从图15可以看出,本文算法滤波信号与期望信号最相似,误差最小。图16对比了不同算法对宽带信号滤波的收敛性能,本文算法在迭代700次时,达到稳定状态且均方误差较小,相比已有的7种算法,收敛性能更好。

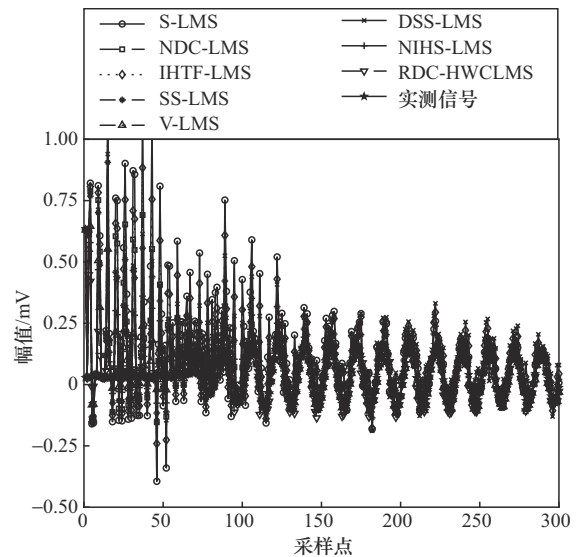


图15 不同算法滤波后信号(实验2)

表7为不同算法收敛迭代次数和  $W(n)$ 更新次数对比。由表7可知,针对宽带信号的滤波,本文算法的收敛性至少提升19%,滤波更新次数至少减少300,计算效率至少提升30%。在收敛性和计算效率上表现良好。因此,本文算法适用于宽带信号的滤波。

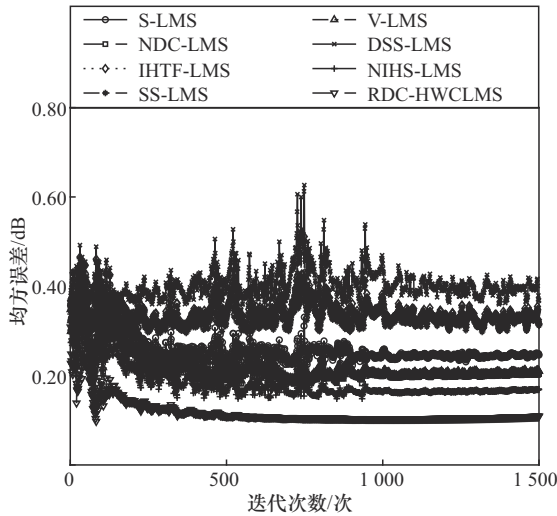


图 16 不同算法的收敛性能对比(实验 2)

表 7 不同算法收敛次数和  $W(n)$ 更新次数对比

算法	收敛次数/次	$W(n)$ 更新次数/次
S-LMS	875(↑ 20%)	1 500
NDC-LMS	864(↑ 19%)	1 000
IHTF-LMS	1 148(↑ 39%)	1 500
SS-LMS	1 130(↑ 38%)	1 500
V-LMS	876(↑ 20%)	1 500
DSS-LMS	1 186(↑ 41%)	1 500
NIHS-LMS	875(↑ 20%)	1 500
RDC-HWCLMS(本文算法)	—	700

## 5 结束语

本文所提 RDC-HWCLMS 算法, 同时兼顾了收敛速度、跟踪性能和稳态误差 3 个方面的性能, 克服了已有算法的不足。该算法利用 Rayleigh 分布曲线去调节步长, 并结合混合权系数的滤波方法, 通过设置误差阈值来控制  $W(n)$  和  $u(n)$  的迭代更新, 简化滤波迭代过程, 增强了算法的抗干扰性能。通过仿真与实测试验了本文算法在不同信噪比下均具有较快的收敛速度、跟踪性能和较小的稳态误差。相比已有的 7 种变步长 LMS 算法, 在简化计算量的基础上, 收敛速度至少提高 12%。该算法适用于复杂环境下的电磁干扰消除。

本文算法在收敛速度和计算复杂度上, 相比已有算法有明显的优势, 并结合理论分析和仿真实测的方法验证了本文算法在复杂电磁环境下的滤波性能。但本文算法也有一定局限性, 其  $u(n)$  的参数  $\beta$ 、

$\alpha$  和  $\gamma$  仍然需要人为经验和多次实验来确定。因此, 未来会针对此问题, 结合智能最优化算法来自适应确定参数值。

## 参考文献:

- [1] LING Q H, IKBAL M A, KUMAR P. Optimized LMS algorithm for system identification and noise cancellation[J]. Journal of Intelligent Systems, 2021, 30(1): 487-498.
- [2] BENDOUIMIA R, DJENDI M. Two-channel variable-step-size forward-and-backward adaptive algorithms for acoustic noise reduction and speech enhancement[J]. Signal Processing, 2015, 108: 226-244.
- [3] JIANG Y H, LIU Z P, YUAN L, et al. Multitap RF canceller with single LMS loop for adaptive co-site broadband interference cancellation[J]. China Communications, 2024, 21(9): 179-197.
- [4] WU H, ZHANG H L, ZHANG Y Z, et al. The RFI fast mitigation algorithm based on block LMS filter[J]. Research in Astronomy and Astrophysics, 2024, 24(1): 015021.
- [5] 李斌斌, 寇西平, 吕彬彬, 等. 基于自适应 LMS 算法的跨声速风洞模型系统辨识[J]. 振动与冲击, 2024, 43(3): 164-170.  
LI B B, KOU X P, LYU B B, et al. Identification of transonic wind tunnel model system based on adaptive LMS algorithm[J]. Journal of Vibration and Shock, 2024, 43(3): 164-170.
- [6] 江莉, 向世召. 基于 CEEMDAN-VSSLMS 的滚动轴承故障诊断[J]. 计算机集成制造系统, 2024, 30(3): 1138-1148.  
JIANG L, XIANG S Z. Rolling bearing fault diagnosis based on CEEMDAN-VSSLMS[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2024, 30(3): 1138-1148.
- [7] 田福庆, 罗荣, 李克玉, 等. 基于改进的双曲正切函数变步长 LMS 算法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(9): 1758-1763.  
TIAN F Q, LUO R, LI K Y, et al. New variable step-size LMS algorithm based on modified hyperbolic tangent function[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(9): 1758-1763.
- [8] 姜冰磊, 冯西安. 一种权系数部分更新的变步长自适应多径干扰对消算法[J]. 振动与冲击, 2016, 35(13): 85-89.  
JIANG B L, FENG X A. A variable step and adaptive multipath interference cancellation algorithm based on partial-update of weight coefficients[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(13): 85-89.
- [9] 章坚武, 余皓, 章谦骥. 改进的双曲正切函数的变步长 LMS 算法[J]. 通信学报, 2020, 41(11): 116-123.  
ZHANG J W, YU H, ZHANG Q H. Improved variable step-size LMS algorithm based on hyperbolic tangent function[J]. Journal on Communications, 2020, 41(11): 116-123.
- [10] 王平波, 马凯, 武彩. 基于正态分布曲线的分段式变步长 LMS 算法[J]. 国防科技大学学报, 2020, 42(5): 16-22.  
WANG P B, MA K, WU C. Segmented variable-step-size LMS algorithm based on normal distribution curve[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2020, 42(5): 16-22.
- [11] 火元莲, 龙小强, 连培君, 等. 一种类箕舌线函数的变步长归一化自适应滤波算法[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(2): 335-340.  
HUO Y L, LONG X Q, LIAN P J, et al. A kind of versoria function normalized adaptive filtering algorithm[J]. Journal of Electronics & Infor-

mation Technology, 2021, 43(2): 335-340.

- [12] 火元莲, 安娅琦, 巩琪, 等. 基于反双曲正切函数的变步长LMS算法[J]. 北京理工大学学报, 2022, 42(10): 1051-1058.  
HUO Y L, AN Y Q, GONG Q, et al. Variable step size LMS algorithm based on inverse hyperbolic tangent function[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2022, 42(10): 1051-1058.
- [13] CHERGUI L, BOUGUEZEL S. Low complexity adaptive post-whitening DCT-LMS for echo cancellation[J]. Traitement Du Signal, 2024, 41(5): 2635-2643.
- [14] DONG Q Y, MA T M, JIANG X X, et al. A novel dynamic step size LMS optimization scheme for interference reducing in FBMC-QAM[J]. High Technology Letters, 2024, 30(3): 290-296.
- [15] HAN W J, CAI Y W, HAN W T, et al. Harmonic vibration suppression of MSCSG based on normalized-variable-step-size LMS algorithm[J]. IEEE Sensors Journal, 2024, 24(6): 8585-8595.
- [16] YAZDANPANA H. Improved feature least mean square algorithm[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2023, 37(2): 436-446.
- [17] LIN H J, SHAO G R, LI Z X, et al. Zero-drift error compensation method for electronic balance based on adaptive filter with autostep LMS[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2022, 72: 1001410.
- [18] CHOWTHRI V, UMA A, KALPANA P. Design and implementation of low complexity LMS adaptive filter[J]. International Journal of Nonlinear Analysis and Applications, 2021, 12: 1827-1833.
- [19] EZILARASAN M R, BRITTO PARI J, LEUNG M F. Reconfigurable architecture for noise cancellation in acoustic environment using single multiply accumulate adaline filter[J]. Electronics, 2023, 12(4): 810.
- [20] SAEED M O B, ZERGUINE A, HAMEED U, et al. An incremental noise constrained LMS algorithm[J]. Signal Processing, 2023, 213: 109187.
- [21] 伍彩云, 翁晶晶. 一种改进的自适应噪声抵消系统算法研究[J]. 沈阳理工大学学报, 2022, 41(3): 1-7.  
WU C Y, WENG J J. Algorithm study on an improved adaptive noise cancellation system[J]. Journal of Shenyang Ligong University, 2022, 41(3): 1-7.
- [22] 邓江波, 侯新国, 吴正国. 基于箕舌线的变步长LMS自适应算法[J]. 数据采集与处理, 2004, 19(3): 282-285.  
DENG J B, HOU X G, WU Z G. Variable step adaptive filtering LMS algorithm based on tongue-like curve[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2004, 19(3): 282-285.

### [作者简介]



陈东伟 (1996-), 男, 河北张家口人, 石家庄铁道大学博士生, 主要研究方向为电磁环境感知、电磁信号分析与处理。



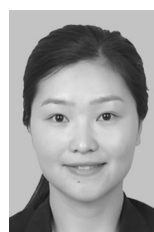
刘卫东 (1983-), 男, 河南夏邑人, 博士, 石家庄铁道大学教授, 主要研究方向为电磁环境感知与信息处理。



张明怡 (2001-), 女, 河南三门峡人, 石家庄铁道大学硕士生, 主要研究方向为天线设计、信号与信息处理。



金梦哲 (1990-), 男, 河北石家庄人, 博士, 石家庄铁道大学讲师, 主要研究方向为电磁环境感知与信息处理。



方庆园 (1987-), 女, 山东济宁人, 博士, 石家庄铁道大学副教授, 主要研究方向为信号与信息处理。